

Tyngdpunkten 2025

Lättare

November 2025

Varje uppgift kan ge högst 10 poäng. Välmotiverade grafiska lösningar ger alltid full poäng. Lycka till!

1. Lutande tornet i Pisa Enligt legenden släppte den italienska vetenskapsmannen Galileo Galilei två stenar av olika storlek från det lutande tornet i Pisa vid slutet av 1500-talet. Syftet var att demonstrera att stenarna faller lika snabbt trots att de har olika massa. Stenarna landade samtidigt efter 3.4 s. Från vilken höjd släppte han stenarna? Du kan försumma luftmotståndet.

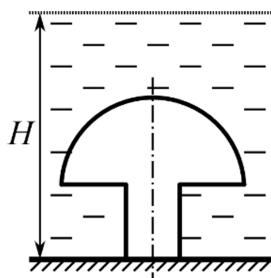
2. Bräntbergsbravader Jöns-Harald står vid toppen av Bräntberget (läge A, 48 m över den lägsta marknivån, se Figur 1) och knuffar iväg en stor sten som börjar glida nedför backen. När stenen senare befinner sig i läge B är den 12 m över den lägsta marknivån. Hur stor hastighet har stenen i läge B?

Ledning: Du kan anta att stenen glider utan friktion under hela förloppet och att stenens radie är försumbar i jämförelse med Bräntbergets höjd.



Figur 1: Bräntberget.

3. Den sjunkna katedralen¹ I en bassäng med djupet $H = 2.5$ m finns en kropp med volymen $V = 8 \text{ dm}^3$, som består av en halvsfär och en cylinder (se Figur 2). Kroppen är *fastlimmad* vid botten (limmet har torkat, så kroppen sitter fast), och arean på kontaktytan är $A = 20 \text{ cm}^2$. Du kan anta att vatten har densiteten $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ och att atmosfärstrycket är $P_0 = 100 \text{ kPa}$.



Figur 2: Uppställningen.

a) Bestäm trycket nära botten.

b) Bestäm kraften med vilken vattnet verkar på kroppen, både till storlek och till riktning!

¹Ett bra stycke av Claude Debussy förresten :)

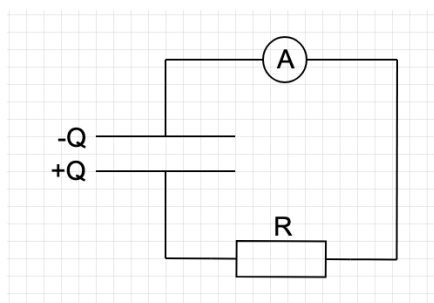
4. Svensk koldioxidproduktion Uppskatta massan av den koldioxid som alla svenska bilar producerar under ett år. Ni kan anta att allt bränsle är oktan, C_8H_{18} . Varje oktanmolekyl ger 8 CO_2 -molekyler när bränslet används.

Anmärkning: På denna uppgift bedöms i första hand ert resonemang och inte det exakta numeriska svaret, och det finns många sätt att lösa uppgiften.

5. Luftbubbla i Nydala! En luftbubbla (så pass stor att ytspänning kan försummas) befinner sig i stillastående sötvatten i Nydalasjön. Antag konstant temperatur och att bubblan kan approximeras som en idealgas. Vid djupet $h_0 = 2$ m har bubblan radien r . Bubblan stiger långsamt till ytan. Vilken volym har den vid djupet $h = 1$ m?

6. Två laddade plattor Två stora parallella metallplattor är placerade över varandra så att avståndet mellan dem är mycket litet. Plattorna bär laddningarna $+Q$ respektive $-Q$. Vid en viss tidpunkt kopplas de samman via en resistor, enligt Figur 3. Beskriv kvalitativt vad som händer med ett fåtal meningar (och gärna formler). Skissa även en kvalitativ graf över strömmen genom resistorn som funktion av tiden (låt $t = 0$ vara tidpunkten då resistorn ansluts). Förklara slutligen hur grafen du skissade ändras om du upprepar förfarandet med en resistor med högre resistans.

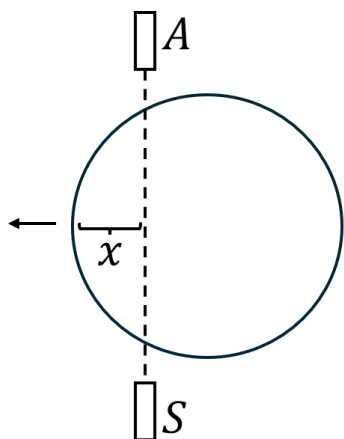
Anmärkning: Komponenten med de två metallplattorna kallas för en *kondensator*.



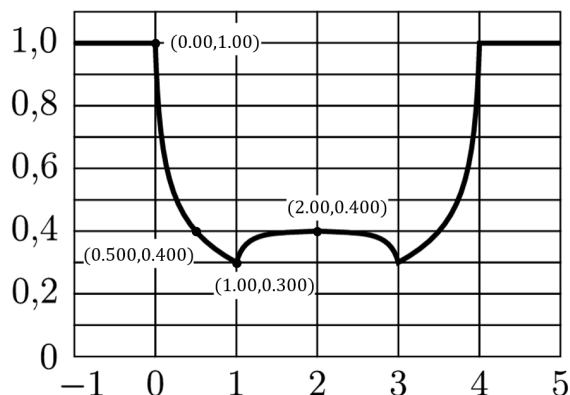
Figur 3: Kretsen efter att resistorn anslutits. I figuren är avståndet mellan plattorna överdrivet stort.

7. Rubidium Idag utgörs 27.83% av Jordens rubidiumatomer av den radioaktiva isotopen ^{87}Rb . Resterande atomer utgörs av den stabila isotopen ^{85}Rb . Halveringstiden för ^{87}Rb är 4.75×10^{10} år och ^{87}Rb sönderfaller till strontium, som är stabilt. Hur stor andel av rubidiumatomerna utgjordes av ^{87}Rb när solsystemet skapades för 4.6×10^9 år sedan, om vi antar att inga nya rubidiumatomer skapats sedan dess?

8. Kriminologi En röntgenapparat (A) skickar ut strålar som tas upp av en sensor (S). Mellan röntgenapparaten och sensorn för man en cylinder med *tjocka* väggar (i figuren syns endast cylinderns kontur). Intensiteten av röntgenstrålen som mäts upp av sensorn beror på läget x som det visas i grafen. Använd Figur 4 för att bestämma om cylindern innehåller något (olagligt!) material som absorberar röntgenstrålar!



(a) En schematisk bild av uppställningen.



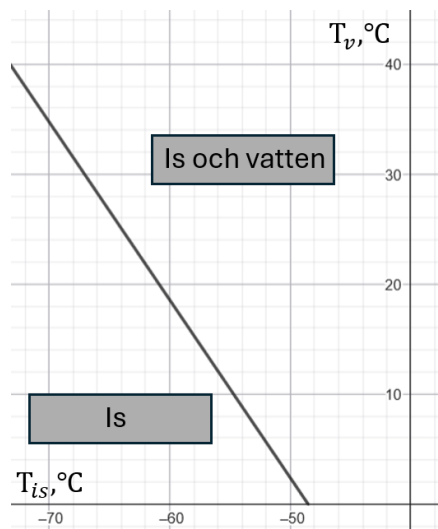
(b) Den uppmätta intensiteten som funktion av läget x . Några punkter har satts ut för tydlighets skull, och grafen är helt symmetriskt kring $x = 2$.

Figur 4: Figurer till uppgiften.

9. Regndroppar Två klotformade regndroppar faller från ett regnmoln. För den ena droppen tar det 7 minuter att nå marken och för den andra tar det 4 minuter. Bestäm förhållandet mellan regndropparnas radier. Antag att luftens densitet är konstant samt att vattendropparna når sin topphastighet nästan omedelbart.

Ledning: Luftmotståndet på en fallande kropp är en uppåtriktad kraft vars storlek ges av $F = \frac{1}{2}\rho v^2 C_D A$, där ρ är luftdensiteten, A är kroppens tvärsnittsarea (den area man ser om man kollar uppåt på den fallande kroppen från marken), v är kroppens hastighet och C_D är en konstant (som är lika för dropparna).

10. Is och vatten Du blandar vatten med massan m_v och is med massan m_{is} i en behållare. I diagrammet visas sluttilståndet av blandningen för olika starttemperaturer T_v hos vattnet och T_{is} hos isen. Under kurvan i Figur 5 blir allt vatten till is, och över kurvan blir resultatet en blandning av is och vatten.



Figur 5: Slutresultatet vid blandning av isen och vattnet.

Isens specifika värmekapacitet vid den undersökta temperaturen är $c_{is} = 1700 \text{ J}/(\text{kgK})$. Vattnets specifika värmekapacitet är $4200 \text{ J}/(\text{kgK})$ och vattnets smältvärme (smältentalpi) är $\lambda = 330 \times 10^3 \text{ J/kg}$. Använd Figur 5 för att bestämma kvoten m_{is}/m_v . Bortse från behållarens uppvärmning och från alla värmeförluster.

11. Fartdårar På en oändligt lång rak väg finns ett oändligt antal rödljus. Avståndet mellan två intelligande rödljus är L . Varje rödljus lyser under tiden T med rött, därefter under tiden T med grönt, sedan återigen med rött, osv. Två intelligande rödljus lyser vid varje tidpunkt med olika färg.

Två bilar startar samtidigt från två rödljus på avståndet $2L$ från varandra, när rödljusen precis ändrat färg till grönt. Den bakre bilen rör sig med den högsta möjliga hastighet som låter bilen röra sig utan att någonsin bromsa. Den främre åker med en konstant fart $v > 0$ så länge den kan, bromsar omedelbart om den når ett rödljus som lyser rött, och fortsätter direkt med farten v när rödljuset återigen blir grönt. Båda bilarna följer trafikreglerna, och rödljusen växlar färg momentant.

Uppgift: Kommer den bakre bilen ikapp den främre? Hur lång tid tar det i sådana fall? Studera alla möjliga värden på v .

Kommentar: För vissa specifika hastigheter hos den främre bilen är det inte helt klart hur lång tid det tar tills bilarna krockar. Ni kan själva välja hur ni vill tolka dessa gränssfall – det spelar ingen roll hur ni gör! :)