

## Högstadietävling den 16 maj 2025

**Skrivtid:** 3 timmar

**Hjälpmedel:** endast penna, sudd, passare och linjal

Varje problem är värt 7 poäng.

För full poäng krävs motivering om inget annat anges.

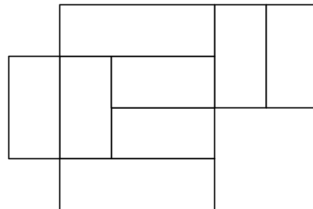
**Problem 1.** Skriv talen  $1, 2, \dots, 21$  i en cirkel i någon ordning så att skillnaden mellan två tal bredvid varandra alltid är antingen 8 eller 13. (*Endast svar krävs.*)

**Problem 2.** Under fredag, lördag och söndag åt John ett antal vindruvor. Han åt lika många röda vindruvor varje dag, och totalt åt han under de tre dagarna lika många röda som gröna vindruvor. Om John åt 5 vindruvor på fredagen och 18 vindruvor på lördagen, hur många *gröna* vindruvor åt han på söndagen?

**Problem 3.** I år har höjdpunkten en logga gjord av tolv kvadrater som tillsammans bildar en rektangel. Se längst upp på sidan. Om höjden i denna rektangel är 11 längdenheter, hur bred är den?

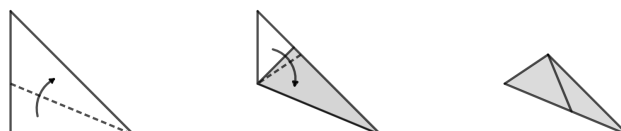
**Problem 4.** Sofia har en balansvåg samt nio vikter som väger 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, respektive 141 gram. Hur kan hon balansera dessa vikter på vågen utan att det blir några över? (*Endast svar krävs.*)

**Problem 5.** Vi kallar två tal för *differensdelbara* om de båda är delbara med deras skillnad. Placera ut talen 1 till 8 i figuren nedan så att tal i angränsande rektanglar är differensdelbara. (*Endast svar krävs*)



*Till exempel är 10 och 20 differensdelbara eftersom  $20 - 10 = 10$  delar båda talen. Däremot är 17 och 25 inte differensdelbara eftersom de inte är delbara med  $25 - 17 = 8$ .*

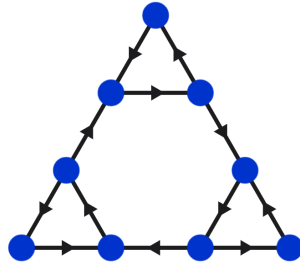
**Problem 6.** Theodor gör en triangel genom att halvera ett kvadratisk pappersark längs diagonalen. Sedan viker han papperet två gånger som på bilden så att det blir en mindre triangel. Bestäm den nya triangelns alla tre vinklar.



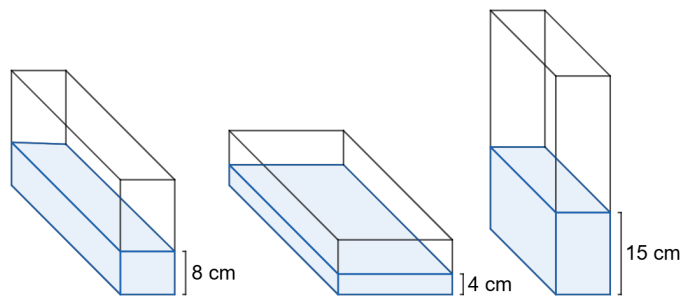
**Problem 7.** Emil har 6 stenar vars vikter är 1, 2, 3, 4, 5 respektive 6 kilo. Igår satte han en lapp på varje sten som visade dess vikt, men han är orolig att hans kompis Ivar spelat honom ett spratt och bytt plats på lapparna under natten. Emil vill avgöra om lapparna sitter rätt eller inte genom att göra ett antal vägningar på sin balansvåg. Efter varje vägning får han reda på vilken vågskål som är tyngst, eller att båda väger lika mycket. Kan ni komma på några vägningar Emil kan göra som garanterat avslöjar Ivar om han flyttat på lapparna?

*Ni får fler poäng ju färre vägningar er lösning använder i värsta fall!*

**Problem 8.** I ett triviaspel ser spelplanen ut som i figuren nedan. Man börjar på någon ruta. I varje runda går man sedan ett steg längs med en pil. Man får bara gå i den riktning som pilen pekar. Är det möjligt att efter exakt 20 steg komma tillbaka till samma ruta som man började på?

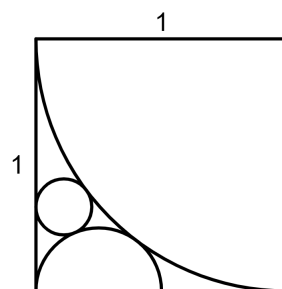


**Problem 9.** Cecilia håller tre liter vatten i en rektangulär glasbehållare med lock. När hon lägger den på ett bord blir vattennivån 8 cm, 4 cm eller 15 cm beroende på hur hon roterar den. Vad är behållarens volym?



**Problem 10.** Ett palindromtal är ett tal som är likadant baklänges som framlänges, till exempel 494. Om du multiplicerar ihop alla tresiffriga palindromtal, hur många nollor slutar produkten på?

**Problem 11.** En kvartscirkel, en halvcirkel och en cirkel är hoppackade i en kvadrat med sidlängd 1 längdenhet, som i bilden nedan. Bestäm diametern på a) halvcirkeln b) cirkeln.



**Problem 12.** En groda befinner sig i punkten med koordinater  $(0,0)$  i planet och börjar hoppa. Grodan gör först ett hopp av längd 1 och hoppar sedan dubbelt så långt för varje hopp. Alla hopp görs parallellt med någon av koordinataxlarna. Vilka punkter kan grodan nå genom att hoppa på detta sätt?